

XI REYTANIACKA LIGA ZADANIAOWA

V Seria (15 lutego – 8 marca)

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c prawdziwa jest nierówność

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc.$$

2. Dany jest równoległobok ABCD. Na bokach AB i AD wybrano odpowiednio takie punkty E i F, że odcinek EF jest równoległy do przekątnej BD danego równoległoboku. Wykaż, że pola trójkątów BCE i CDF są równe.

3. Załóżmy, że $x + \frac{1}{x}$ jest liczbą całkowitą. Udowodnij, że $x^n + \frac{1}{x^n}$ jest liczbą całkowitą dla każdego $n \in \mathbf{N}$.

4. Danych jest 6 punktów na płaszczyźnie, z których dowolne trzy nie są współliniowe. Wszystkie łączymy odcinkami koloru akwamarynowym lub karmazynowym. Udowodnij, że zawsze znajdzie się trójkąt jednego koloru.

Rozwiązania podpisane imieniem, nazwiskiem i klasą należy dostarczyć do sekretariatu liceum najpóźniej do

8 marca 2021 (poniedziałek)

Uczestnikami Ligi mogą być tylko uczniowie VI Liceum Ogólnokształcącego im. T. Reytana.