

XI REYTANIACKA LIGA ZADANIOWA

II seria (1 listopada - 20 listopada 2020)

1. Udowodnij, że żadna z liczb Fermata $F_n = 2^{2^n} + 1$, gdzie $n \in \mathbf{N} - \{0,1\}$ nie jest sumą dwóch liczb pierwszych.
2. Przez środek kwadratu ABCD i punkt L na boku AB taki, że $|AL| : |LB| = 1 : 2$ przechodzi prosta. Na odcinku tej prostej, wewnątrz kwadratu, wybieramy dowolny punkt P. Udowodnij, że odległości punktu P od boków AB, AD, BC i CD tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny.
3. *Iloczynem kartezjańskim zbiorów A i B nazywamy zbiór wszystkich par uporządkowanych (x, y) takich, że $x \in A$ i $y \in B$. Można tę definicję zapisać*
$$A \times B = \{(x, y) : x \in A \wedge y \in B\}.$$

Zilustruj w prostokątnym układzie współrzędnych zbiory $A \times B$ oraz $B \times A$, jeśli

$$A = \{x \in \mathbf{R} : \exists y \in \mathbf{R} \ 2 + \cos y > |x|\}$$
$$B = \{x \in \mathbf{R} : \forall y \in \mathbf{R} \ 2x^2 - x^2y + y = 6 - 4x\}.$$

4. Dany jest trójkąt ABC, w którym miara kąta przy wierzchołku A jest równa 45° , a kąt przy wierzchołku C jest rozwarty. Wykaż, że
$$|BC| + (\sqrt{2} - 1)|AC| < |AB|.$$

Rozwiązania zadań, podpisane imieniem, nazwiskiem i klasą należy dostarczyć do sekretariatu najpóźniej

20 listopada 2020 (piątek)

Uczestnikami Ligi mogą być tylko uczniowie VI Liceum Ogólnokształcącego im. T. Reytana.