

## XII REYTANIACKA LIGA ZADANIOWA

III seria ( 14 stycznia – 28 stycznia 2022)

### Zadanie 1.

Smok ma 2020 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem 111 głów lub 21 głów lub 13 głów lub 7 głów. Smokowi odrasta odpowiednio 3, 201, 7 i 100 głów jednocześnie. Smok zostanie zabity, jeśli wszystkie głowy zostaną ścięte. Uzasadnij, czy rycerz może zabić smoka.

### Zadanie 2.

Udowodnij, że dla dowolnych liczb  $a, b$  z przedziału  $(0; 1)$  prawdziwa jest nierówność

$$\log_a \left( \frac{2ab}{a+b} \right) + \log_b \left( \frac{2ab}{a+b} \right) \geq 2.$$

### Zadanie 3.

Każdy wierzchołek równoległoboku połączono prostą ze środkami dwóch jego boków wychodzących z przeciwległego wierzchołka. Oblicz pole ośmiokąta ograniczonego odcinkami tych prostych, jeżeli pole równoległoboku równe jest  $S$ .

### Zadanie 4.

Liczby  $x, y, z$  spełniają warunki:  $x + y + z = a$ ,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$ .

Wykaż, że co najmniej jedna z liczb  $x, y, z$  jest równa  $a$ .

*Rozwiązania zadań, podpisane imieniem, nazwiskiem i klasą należy dostarczyć do sekretariatu liceum najpóźniej*

**28 stycznia 2022 (piątek)**

*Uczestnikami Ligi mogą być tylko uczniowie VI Liceum Ogólnokształcącego im. T. Reytana*